

**EKSAMEN**

**Algoritmer og Datastrukturer**

**Fredag 22. januar 2021, 9:00–11:00**

Institut for Datalogi, Naturvidenskabelige Fakultet, Aarhus Universitet

Antal sider i opgavesættet (incl. forsiden): 14

Tilladte hjælpemidler:

**Alle, inklusive internet.**

**Det er ikke tilladt at kommunikere med andre under eksamen.**

**Studienummer :** \_\_\_\_\_

**Navn :** \_\_\_\_\_

## Vejledning og pointgivning

Dette eksamenssæt består af en mængde multiple-choice-opgaver.

Opgaverne besvares på opgaveformuleringen **som afleveres**.

For hver opgave er angivet opgavens andel af det samlede eksamenssæt.

Hvert delspørgsmål har præcist et rigtigt svar.

For hvert delspørgsmål må du vælge **max ét svar** ved at afkrydse den tilsvarende rubrik.

Et delspørgsmål bedømmes som følgende:

- Hvis du sætter kryds ved det rigtige svar, får du 1 point.
- Hvis du ikke sætter nogen krydser, får du 0 point.
- Hvis du sætter kryds ved et forkert svar, får du  $-\frac{1}{k-1}$  point, hvor  $k$  er antal svarmuligheder.

For en opgave med vægt  $v\%$  og med  $n$  delspørgsmål, hvor du opnår samlet  $s$  point, beregnes din besvarelse af opgaven som:

$$\frac{s}{n} \cdot v \%$$

Bemærk at det er muligt at få negative point for en opgave.

**Opgave 1 (Asymptotisk notation, 6 %)**

I det følgende angiver  $\log n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

	Ja	Nej
$3n^{3/2} + \log n$ er $O(n^{2/3})$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$2(\log n)^4$ er $O(n^2)$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$\sqrt{n} \cdot \log n$ er $O(n)$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$6n^{3/2}$ er $O(8^{\log n})$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$4 \log(n^6)$ er $O((\log n)^2)$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$2^{2 \log n}$ er $O(\log(n!))$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$n^2$ er $O(n^{3/2})$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$n^{0.1}$ er $O(n)$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$n$ er $O(n^{1/3})$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$\sqrt{n}$ er $\Theta(n \cdot \log n)$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$n^{2/3}$ er $\Omega(n)$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$n^2$ er $\Theta(n^{0.1})$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B

**Opgave 2 (Analyse af løkker, 6 %)**

<b>Algoritme</b> loop1( $n$ )	<b>Algoritme</b> loop2( $n$ )
$s = 1$	$i = 0$
<b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$	$j = n$
<b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $i$	<b>while</b> $i < j$
<b>for</b> $k = j$ <b>to</b> $i$	$i = i + 2$
$s = s + 1$	$j = j + 1$

<b>Algoritme</b> loop3( $n$ )	<b>Algoritme</b> loop4( $n$ )
$i = 1$	$i = n$
$j = n$	$j = 0$
<b>while</b> $i < j$	<b>while</b> $i > 0$
$i = 2 * i$	<b>if</b> $j < i$
$j = j + n$	$j = j + 1$
	<b>else</b>
	$j = 0$
	$i = i - 1$

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

	$\Theta(n^3)$	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(\sqrt{n})$	$\Theta(n)$	$\Theta((\log n)^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(2^n)$	$\Theta(\log n)$
loop1	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> H
loop2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input checked="" type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> H
loop3	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G	<input checked="" type="checkbox"/> H
loop4	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> H



**Opgave 5 (Heap-Extract-Max, 4 %)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
22	19	17	14	16	15	13	3	9	2	8	4	11

Hvad er resultat af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

- |    |    |    |    |   |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 19 | 16 | 17 | 14 | 8 | 15 | 13 | 3 | 9 | 2  |    | 4  | 11 |
- 
- A
- 
- |    |    |    |    |   |    |    |   |   |    |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 19 | 16 | 17 | 14 | 8 | 15 | 13 | 3 | 9 | 2  | 4  | 11 |
- 
- B
- 
- |    |    |    |    |   |    |    |   |   |    |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 19 | 16 | 17 | 14 | 8 | 15 | 13 | 3 | 9 | 2  | 11 | 4  |
- 
- C
- 
- |    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 19 | 16 | 17 | 14 | 11 | 15 | 13 | 3 | 9 | 2  | 8  | 4  |
- 
- D
- 
- |    |    |    |    |    |    |   |   |   |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 19 | 17 | 14 | 16 | 15 | 13 | 3 | 9 | 2 | 8  | 4  | 11 |
- 
- E

**Opgave 6 (Lineær probing, 4 %)**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	15				9	13	2			18

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 3k \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 4, 5, 6, 7 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 9, 13, 15 og 18).

- |            |                                       |                            |                                       |                            |                                       |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
|            | 0                                     | 1                          | 2                                     | 3                          | 4                                     | 5                          | 6                          | 7                          | 8                                     | 9                          | 10                         |
| INSERT(4)  | <input type="checkbox"/> A            | <input type="checkbox"/> B | <input checked="" type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> E            | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> G | <input type="checkbox"/> H | <input type="checkbox"/> I            | <input type="checkbox"/> J | <input type="checkbox"/> K |
| INSERT(5)  | <input type="checkbox"/> A            | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> C            | <input type="checkbox"/> D | <input checked="" type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> G | <input type="checkbox"/> H | <input type="checkbox"/> I            | <input type="checkbox"/> J | <input type="checkbox"/> K |
| INSERT(6)  | <input type="checkbox"/> A            | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> C            | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> E            | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> G | <input type="checkbox"/> H | <input checked="" type="checkbox"/> I | <input type="checkbox"/> J | <input type="checkbox"/> K |
| INSERT(7)  | <input checked="" type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> C            | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> E            | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> G | <input type="checkbox"/> H | <input type="checkbox"/> I            | <input type="checkbox"/> J | <input type="checkbox"/> K |
| INSERT(11) | <input checked="" type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> C            | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> E            | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> G | <input type="checkbox"/> H | <input type="checkbox"/> I            | <input type="checkbox"/> J | <input type="checkbox"/> K |

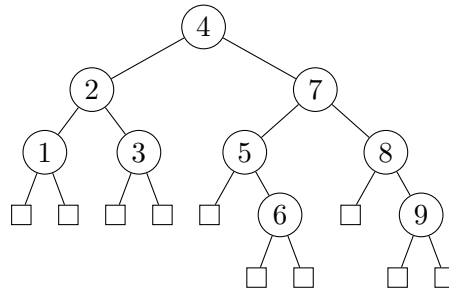
**Opgave 7 (Merge-Sort, 4 %)**

Antag MERGE-SORT udføres på et input af størrelse  $n$  og indeholdende to elementer  $x$  og  $y$ . Hvad er worst-case antal sammenligninger af  $x$  med  $y$  under udførelsen af MERGE-SORT?

- A     B     C     D     E  
 A     B     C     D     E

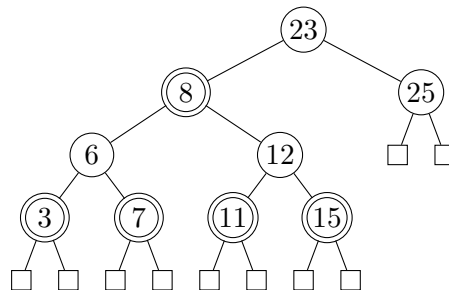
**Opgave 8 (Rød-sort træ, 4%)**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.

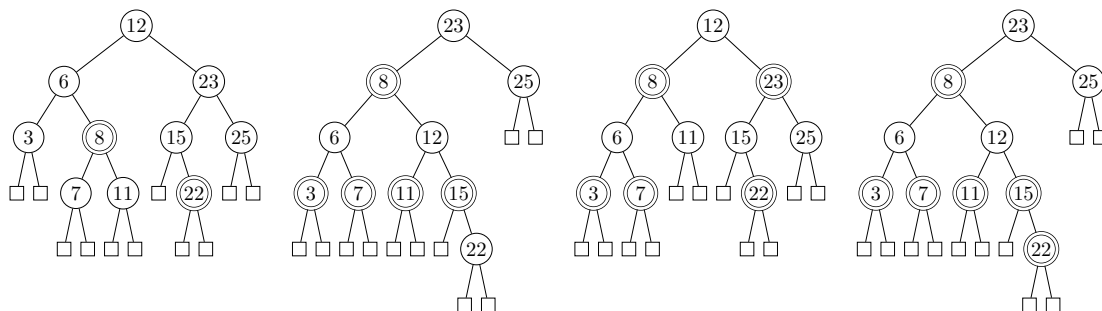


	Ja	Nej
6, 9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2, 6, 7, 9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2, 5, 6, 8, 9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1, 3, 6, 7, 9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4, 6, 9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Opgave 9 (Indsættelse i rød-sort træer, 4%)**



Angiv det resulterende rød-sort træ når man indsætter 22 i ovenstående rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).



A

B

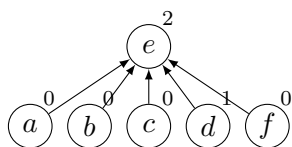
C

D

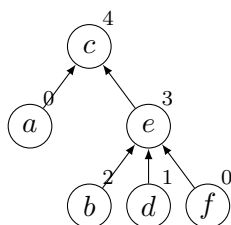
**Opgave 10 (Union-find, 4 %)**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

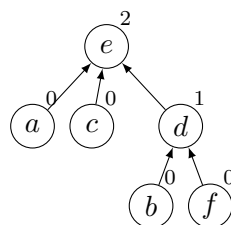
MAKESET(*a*)  
 MAKESET(*b*)  
 MAKESET(*c*)  
 MAKESET(*d*)  
 MAKESET(*e*)  
 MAKESET(*f*)  
 UNION(*f*, *d*)  
 UNION(*f*, *b*)  
 UNION(*a*, *e*)  
 UNION(*b*, *a*)  
 UNION(*f*, *c*)  
 FIND-SET(*a*)



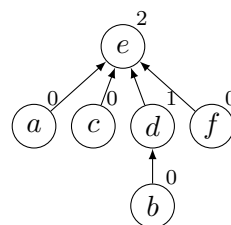
A



B



C



D

**Opgave 11 (Rekursionsligninger, 4 %)**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

	$\Theta(\log n)$	$\Theta(\sqrt{n})$	$\Theta(n)$	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2 \log n)$	$\Theta(n^3)$
$T(n) = 4 \cdot T(n/4) + n$	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input checked="" type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G
$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + 2$	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G
$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 1$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G
$T(n) = T(n - 1) + 3$	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G
$T(n) = T(n/3) + 2$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G

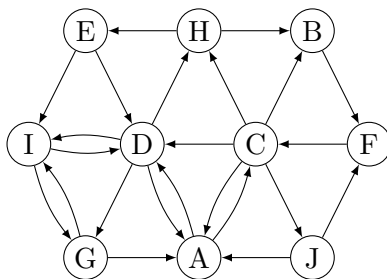
**Opgave 12 (Alle-par-korteste-veje, 4 %)**

Antag vi har en orienteret graf med  $n$  knuder og positivt vægtede kanter, hvor vi løbende tilføjer yderligere kanter. Vi ønsker at vedligeholde en afstands-tabel over de korteste afstande mellem alle par af knuder.

Hvad er den bedste worst-case tid man kan opnå for at opdatere afstands-tabellen, når man tilføjer en ny kant med positiv vægt til grafen?

$\Theta(1)$	$\Theta(\sqrt{n})$	$\Theta(n)$	$\Theta(n \cdot \log n)$	$\Theta(n \cdot \sqrt{n})$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^3)$
<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> G

**Opgave 13 (BFS, 4 %)**



For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

ACDBHJIGFE    ACDBHJGIFE    ACBFDGIHEJ    ACDJHBIGFE

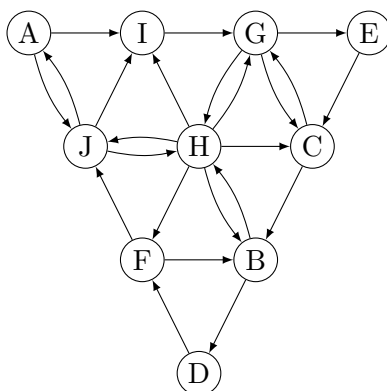
A

B

C

D

**Opgave 14 (DFS, 4 %)**



Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

DFBECHGJIA    EHJFDBC GIA    EGFDBC I HJA    HJFDBC EGIA

A

B

C

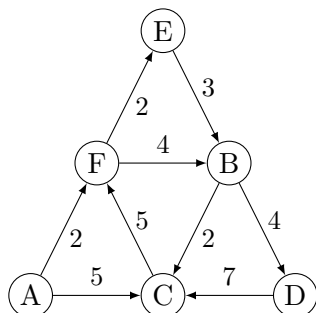
D

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

	Tree edge	Back edge	Cross edge	Forward edge
(E, C)	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
(A, J)	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input checked="" type="checkbox"/> D
(J, A)	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
(J, H)	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D



**Opgave 15 (Dijkstras algoritme, 4 %)**

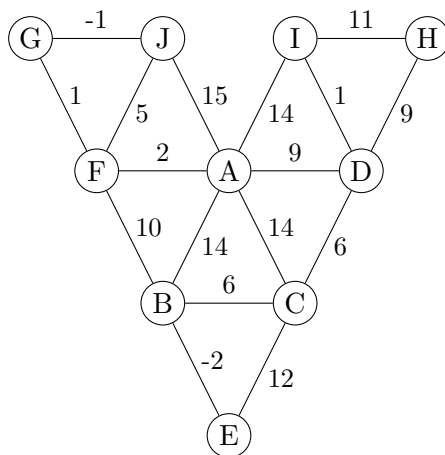


Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

- ACFBED    AFEB CD    AFECBD    ACFBDE

- A                     B                     C                     D

**Opgave 16 (Prims algoritme, 4 %)**

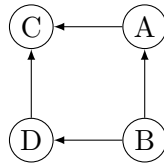


Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkluderet i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

- AFGJDICBEH    AFGJDICHBE    AFGJBECDIH    AFGJDIBECH

- A                     B                     C                     D

**Opgave 17 (Topologisk sortering, 4 %)**



Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

	Ja	Nej
D A B C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
B D A C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A B D C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
C A D B	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
B A D C	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Opgave 18 (Amortiseret analyse, 4 %)**

En binær max-heap understøtter MAX-HEAP-INSERT og HEAP-EXTRACT-MAX i worst-case tid  $O(\log n)$ , hvor  $n$  er antal elementer i heapen. Vi vil nu understøtte operationen DELETE, der givet en pointer til et element i heapen, sletter elementet fra heapen. Vi implementerer DELETE ved blot at markere elementet som slettet i worst-case  $O(1)$  tid. Når vi udfører HEAP-EXTRACT-MAX gentager vi denne indtil det første ikke-markerede element bliver returneret. Dvs. hvis HEAP-EXTRACT-MAX sletter  $D$  markerede elementer bliver worst-case tiden  $O((D+1) \log N)$ , hvor  $N$  er antallet af markerede og ikke-markerede elementer i heapen.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at operationerne MAX-HEAP-INSERT, DELETE, og HEAP-EXTRACT-MAX tager amortiseret  $O(\log N)$  tid, hvor  $M$  betegner antallet af markerede elementer i heapen.

	Ja	Nej
$N$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$M$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$N \cdot \log N$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$M \cdot \log N$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$N \cdot \log M$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$M \cdot \log M$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Opgave 19 (Invarianter, 4 %)**

Givet et positivt heltal  $n$ , så beregner nedenstående algoritme  $n^3$ .

```

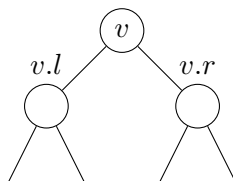
Algoritme Power3( $n$ )
Inputbetingelse : Heltal  $n \geq 1$ 
Outputkrav      :  $r = n^3$ 
Metode          :  $i \leftarrow 1$ 
                   $s \leftarrow 1$ 
                   $r \leftarrow 1$ 
                  { $I$ } while  $i < n$  do
                       $i \leftarrow i + 1$ 
                       $s \leftarrow s + 2i - 1$ 
                       $r \leftarrow r + 3s - 3i + 1$ 
    
```

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Power3.

	Ja	Nej
$1 \leq i < n$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$1 \leq i \leq s \leq r$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$r = i^3$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$r = n^3$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
$s = s + 2i - 1$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B

**Opgave 20 (Udvidede søgetræer, 4 %)**

Betragt et søgetræ hvor hver knude  $v$  gemmer et tal  $v.x$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i en knude  $v$  tre værdier  $v.min$ ,  $v.max$ , og  $v.closest$ . Værdierne  $v.min$  og  $v.max$  er henholdsvis det mindst og største tal i  $v$ 's undertræ, og  $v.closest$  den mindste difference mellem to tal i  $v$ 's undertræ. Hvis  $v$ 's undertræ kun indeholder et tal er  $v.closest = +\infty$ .



Angiv hvorledes  $v.closest$  og kan beregnes når  $min$ ,  $max$  og  $closest$  værdierne er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse begge eksisterer).

- $v.closest = \min(v.l.closest, v.r.x - v.l.x, v.r.closest)$   A
- $v.closest = \min(v.l.closest, v.x - v.l.min, v.r.max - v.x, v.r.closest)$   B
- $v.closest = \min(v.l.closest, v.x - v.l.max, v.r.min - v.x, v.r.closest)$   C
- $v.closest = \min(v.l.closest, v.r.min - v.l.max, v.r.closest)$   D
- $v.closest = v.r.closest - v.l.closest$   E

### Dynamisk programmering

De næste fire opgaver vedrører at løse *strengkonkatenerings* problemet ved hjælp af dynamisk programmering.

Lad  $T$  være en streng af længde  $n$ , og lad  $S_1, S_2, \dots, S_k$  være  $k$  strenge. Vi ønsker at afgøre om  $T$  kan skrives som en konkatination af strenge fra  $S_1, S_2, \dots, S_k$ , hvor hvert  $S_i$  kan forekomme et vilkårligt antal gange (0, 1, eller flere gange). F.eks. kan strengen

$$T = \underline{A} \underline{B} \underline{B} \underline{B} \underline{B} \underline{D} \underline{A} \underline{B} \underline{A} \underline{B} \underline{B}$$

skrives som en konkatination af strenge fra

$$S_1 = \text{ABB} \quad S_2 = \text{ACAA} \quad S_3 = \text{BB} \quad S_4 = \text{ABA} \quad S_5 = \text{D}$$

For  $1 \leq j \leq n + 1$  lader vi  $C(j)$  angive om  $T[j..n]$  kan skrives som en konkatination af strenge fra  $S_1, \dots, S_k$ .

$C(j)$  kan bestemmes ved følgende rekursionsformel.

$$C(j) = \begin{cases} \text{sand} & \text{hvis } j = n + 1 \\ \text{sand} & \text{hvis } j \leq n \text{ og der findes } i \text{ hvor} \\ & j + |S_i| - 1 \leq n \wedge C(j + |S_i|) \wedge S_i = T[j..j + |S_i| - 1] \\ \text{falsk} & \text{ellers} \end{cases}$$

De følgende 4 opgaver består i at udfylde 4 blokke i følgende algoritmeskabelon.

**Algoritme** Concatenation( $T, \{S_1, \dots, S_k\}$ )

$n = |T|$

Opret tom tabel  $D[1..n + 1]$

**for** ... << Opgave 21: iterer over  $D$  >>

<< Opgave 22: beregn  $D[j] = C(j)$  >>

<< Opgave 23: sæt *solution* til True eller False >>

**if** *solution* **then**

<< Opgave 24: Udskriv en løsning >>

**else**

**print** "Not possible"

**Opgave 21 (4 %)**

For hver af nedenstående stykker kode, angiv om det vil kunne føre til en korrekt løsning.

	Ja	Nej
<b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $n + 1$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
<b>for</b> $j = n + 1$ <b>to</b> $1$ <b>step</b> $-1$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B

**Opgave 22 (4 %)**

For hver af nedenstående stykker kode, angiv om det vil kunne føre til en korrekt løsning.

	Ja	Nej
<b>if</b> $j = n + 1$ <b>then</b> $D[j] = \text{True}$ <b>else if</b> $j +  S_i  - 1 \leq n$ <b>and</b> $D[j +  S_i ]$ <b>and</b> $T[j .. j +  S_i  - 1] = S_i$ <b>then</b> $D[j] = \text{True}$ <b>else</b> $D[j] = \text{False}$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
<b>if</b> $j = n + 1$ <b>then</b> $D[j] = \text{True}$ <b>else</b> $D[j] = \text{False}$ <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $k$ <b>if</b> $j +  S_i  - 1 \leq n$ <b>and</b> $D[j +  S_i ]$ <b>and</b> $T[j .. j +  S_i  - 1] = S_i$ <b>then</b> $D[j] = \text{True}$	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
$D[j] = \text{True}$ <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $k$ <b>if</b> $j +  S_i  - 1 \leq n$ <b>and</b> $D[j +  S_i ]$ <b>and</b> $T[j .. j +  S_i  - 1] \neq S_i$ <b>then</b> $D[j] = \text{False}$	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B

**Opgave 23 (4 %)**

For hver af nedenstående stykker kode, angiv om det vil kunne føre til en korrekt løsning.

	Ja	Nej
<code>solution = D[n + 1]</code>	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
<code>solution = D[1]</code>	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B
<code>solution = True</code> <code>for j = 1 to n</code> <code>if D[j] = False then</code> <code>solution = False</code>	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B

**Opgave 24 (4 %)**

For hver af nedenstående stykker kode, angiv om det vil kunne føre til en korrekt løsning.

	Ja	Nej
<code>j = 1</code> <code>while j ≤ n do</code> <code>for i = 1 to k</code> <code>if D[j +  S<sub>i</sub> ] then</code> <code>t = i</code> <code>print S<sub>t</sub></code> <code>j = j +  S<sub>t</sub> </code>	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
<code>j = n + 1</code> <code>while j &gt; 1 do</code> <code>for i = 1 to k</code> <code>if j -  S<sub>i</sub>  + 1 ≥ 1 and D[j -  S<sub>i</sub> ] and T[j -  S<sub>i</sub>  + 1 .. j] = S<sub>i</sub> then</code> <code>t = i</code> <code>print S<sub>t</sub></code> <code>j = j -  S<sub>t</sub> </code>	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B
<code>j = 1</code> <code>while j ≤ n do</code> <code>for i = 1 to k</code> <code>if j +  S<sub>i</sub>  - 1 ≤ n and D[j +  S<sub>i</sub> ] and T[j .. j +  S<sub>i</sub>  - 1] = S<sub>i</sub> then</code> <code>t = i</code> <code>print S<sub>t</sub></code> <code>j = j +  S<sub>t</sub> </code>	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B